

## **SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

### **XVII CONGRESO CHILENO DE HIDRÁULICA**

#### **LA MODELACIÓN NUMÉRICA COMO HERRAMIENTA HIDROFLUVIAL. ANÁLISIS DEL MODELO 1D MIKE 11.**

**JORGE ASTUDILLO C.<sup>1</sup>  
ALDO TAMBURRINO T.<sup>2</sup>**

#### **RESUMEN**

Actualmente, los problemas hidráulico fluviales se abordan de una forma cada vez más compleja y/o demandan mayor precisión. Una herramienta que está tomando cada vez más popularidad es la modelación numérica, que permite realizar una gran cantidad de cálculos complejos de manera aplicada y de forma rápida y muy gráfica. Sin embargo, se debe tener en cuenta que usualmente esta herramienta contempla aproximaciones importantes sobre las ecuaciones que gobiernan a los fenómenos estudiados, transformando el problema original en uno más simplificado. Este hecho, frecuentemente termina por alejarnos de la representatividad de la realidad, obteniendo resultados erróneos que podrían usarse como base para importantes decisiones en una región.

A raíz de esto, en este trabajo se analizan algunos aspectos de interés en la modelación numérica, y a partir de eso, se descubren las principales consideraciones del modelo hidráulico fluvial unidimensional, desarrollado por el DHI (Danish Hydraulic Institute), Mike 11, que podrían inducir a graves errores. Destaca el que Mike 11 no calcule realmente régimen supercrítico, sino que lo simula a partir de la incorporación de una función de ponderación que modifica el desarrollo de la ecuación de onda. Se realiza un análisis de dicha función y las consecuencias que genera. Además, Mike 11 no acepta como condición de borde un régimen supercrítico. Sin embargo, se visualizan importantes ventajas en el régimen de río y permite integrar gran cantidad de fenómenos como el transporte de sedimento y la evolución de fondo, entre varios otros. Una vez analizado el programa se presentan algunos ejemplos que sirven para discutir y visualizar los aspectos revisados y permiten obtener algunas conclusiones.

---

<sup>1</sup> Ingeniero Civil Hidráulico, Instituto Nacional de Hidráulica. – mail: jastudillo@inh.cl

<sup>2</sup> Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile. – mail: atamburr@ing.uchile.cl



## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

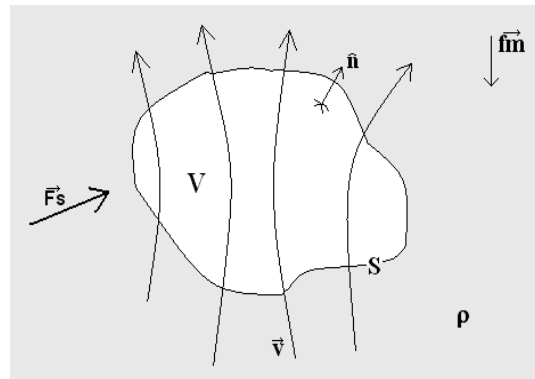
En la actualidad, las obras hidráulicas tienen una gran importancia en el bienestar y seguridad de las personas. Por esto, y muchas otras razones, las solicitudes y cálculos de cualquier obra deben tener una precisión que no dé cabida a riesgos innecesarios a la sociedad ni al medio ambiente. Esto demanda una mejor representación del o los fenómenos estudiados que se consideren de importancia. Además, hoy en día las necesidades son más urgentes y exigentes debido a la gran cantidad de recursos económicos y sociales involucrados.

Esta necesidad, combinada con una creciente tecnología digital y poderosos computadores, permitió la implementación de modelos numéricos que ayudan considerablemente en la resolución de estos problemas. Sin embargo, la implementación numérica de ecuaciones diferenciales sin solución analítica demanda algunos supuestos y simplificaciones adicionales que transforman el problema original a una aproximación de éste, hecho que, en general, no es asumido por los usuarios de este tipo de software que, a su vez, respetan dichas soluciones numéricas como siempre correctas sin saber realmente cómo se realizan los cálculos, qué supuestos se han considerado, el horizonte de aplicaciones que abarca, entre otras cosas, y se deja, equivocadamente, la responsabilidad de las decisiones al software y/o a sus creadores. Luego, el objetivo de este trabajo es analizar las limitaciones y ventajas de la modelación numérica aplicada en problemas hidráulicos, apoyándose, además, en la experiencia obtenida en el modelo unidimensional Mike 11, desarrollado por el Danish Hydraulic Institute (DHI).

## 2. ECUACIONES BÁSICAS

### 2.1. Ecuaciones Hidrodinámicas

En hidráulica, el movimiento de los fluidos se modela usualmente a partir dos principios básicos: El Teorema de Cantidad de Momentum (o Movimiento) y El principio de Continuidad o Cantidad de Masa. La aplicación de estos principios a un volumen de control como el de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** es como se muestra a continuación. La Ec. 2.1 corresponde a la conservación de masa, y la Ec. 2.2 corresponde a la conservación del momentum (Mery, 1972)



**Figura 2.1**  
Volumen de control para las ecuaciones de Saint Venant

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \int_S \mathbf{r}(\vec{v} \cdot \hat{n}) dS = 0 \quad \text{Ec. 2.1}$$

$$\vec{F}_S + \int_V \vec{f}_m \mathbf{r} dV = \int_S \vec{v} \mathbf{r}(\vec{v} \cdot \hat{n}) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{v} \mathbf{r} dV \quad \text{Ec. 2.2}$$

En estas ecuaciones  $m$  es la masa del volumen de control,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\vec{v}$  es el campo de velocidades en el volumen de control,  $\vec{n}$  es el vector normal a la superficie  $S$ ,  $V$  es el volumen de control,  $\vec{F}_s$  son las fuerzas externas que actúan sobre el volumen de control y,  $\vec{f}_m$  es el campo de atracción gravitatoria que, en general, se considera igual a  $\vec{g}$ .

La aplicación de ambas ecuaciones al flujo de caudales, considerando que la curvatura de líneas de corrientes es pequeña lo que permite suponer una distribución hidrostática de presiones, constituye lo que se denomina las ecuaciones de Saint Venant.

## 2.2. Relaciones de Gasto Sólido

El movimiento de una partícula en un cauce, ya sea en suspensión o de fondo, se inicia cuando el esfuerzo de corte ejercido por el flujo supera a las fuerzas resistivas, que dependen, en general, del tamaño del sedimento, su forma, su confinamiento en el lecho y la cohesión para el caso de sedimentos cohesivos (Quiroz, 2001). La tasa de transporte de dichas partículas se denomina gasto sólido, y el cálculo o estimación de éste depende básicamente del autor o teoría que se considere más confiable o aplicable al problema en cuestión. Actualmente, la mayoría de las relaciones de gasto sólido siguen la escuela de Bagnold que define el gasto sólido proporcional al exceso de esfuerzo de corte con respecto al esfuerzo de corte crítico (Quiroz, 2001). Las ecuaciones más conocidas, como es la de Meyer-Peter & Müller que es muy usada en Chile, sigue este principio. Otra ecuación muy usada en nuestro país es la de Ackers & White, que se basa en principios similares pero incorpora una ley de resistencia a la ecuación de arrastre (Quiroz, 2001). Para la aplicación de las relaciones de gasto sólido, es necesario calcular previamente el esfuerzo de corte en el lecho y el esfuerzo de corte crítico o velocidad de corte crítico, entre otras cosas. Además, si se desea conocer la evolución del fondo es necesario resolver la ecuación de masa aplicada al sedimento que constituye el lecho del cauce.

## 3. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES

Existen varios métodos de resolución numérica de ecuaciones o sistemas de ecuaciones diferenciales. Entre ellos los más populares son elementos finitos, volúmenes finitos y diferencias finitas. Este último método es el más conocido y usado en la resolución de problemas como los definidos por las ecuaciones Ec. 2.1 y Ec. 2.2. Sin embargo, antes de aplicar un método numérico resolutivo, es necesario seguir una serie de pasos previos y determinar:

- Qué se desea conocer o qué fenómeno se desea describir y qué resultados se esperan.
- Qué dimensiones espaciales y temporal se considerarán.
- Qué variables, que se consideren están involucradas, se utilizarán para describir el fenómeno.
- Qué ecuaciones gobernarán al fenómeno, es decir, qué relaciones se utilizarán para calcular las variables seleccionadas. Dependerá el nivel de simplificación que tenga la ecuación usada.
- Qué supuestos adicionales se asumirán, es decir, qué simplificaciones se realizarán a las ecuaciones seleccionadas y a los datos de entrada para poder implementar el modelo.
- Qué datos de entrada necesita el modelo para resolver el problema, o qué datos de entrada o variables son necesarias para equilibrar las ecuaciones. Al respecto cabe hacer notar que la

cantidad de información disponible es fundamental para cualquier modelo y, además, la calidad de estos valores desde el punto de vista de la fuente y confiabilidad de los datos.

- Qué método numérico de resolución se utilizará.

Todos los puntos anteriores se relacionan entre sí, ya que una decisión influye directamente en otra. A partir de estos conceptos básicos, es posible implementar un modelo numérico para cualquier problema que se tenga, siempre y cuando se disponga de alguna teoría o ecuación que permita relacionar las variables implicadas. Es importante mencionar que el privilegiar un aspecto por sobre otro hace, muchas veces, que el modelo no quede bien constituido, es necesario equilibrar las decisiones de manera de obtener un resultado óptimo de acuerdo a cada necesidad.

### 3.1. Aplicación a Problemas Hidráulico Fluviales

Para el cálculo de un eje hidráulico en una red de drenaje, será necesario resolver tanto la ecuación de masa como la ecuación de momentum, sin embargo, las ecuaciones Ec. 2.1 y Ec. 2.2 no son abordables de forma general, por lo que será necesario realizar simplificaciones, orientadas a plantear el problema de manera tal que sea aplicable algún método numérico disponible. Las aproximaciones usuales en un problema hidráulico son:

- Aceleración de gravedad constante e igual a  $g$ . Por obvio que resulte, algunas aplicaciones podrían no ser compatibles con esta aproximación.
- Problema unidimensional. La altura de escurrimiento es constante en el perfil transversal.
- Agua incompresible y homogénea, i.e.  $\rho$  es constante.
- Pendiente de fondo pequeña, de manera que  $\cos(\mathbf{d}) \approx 1$  y, por lo tanto  $\sin(\mathbf{d}) \approx \tan(\mathbf{d})$ , y donde  $\mathbf{d}$  es el ángulo del lecho respecto de la horizontal.
- Las longitudes de las ondas dinámicas son grandes comparadas con la profundidad del agua, permitiendo despreñar la aceleración vertical del flujo y suponer variación hidrostática de presiones.
- En una cuenca, los aportes laterales no son importantes en la ecuación de Momentum.

La mayoría de los modelos numéricos del mercado que resuelven las ecuaciones de Saint Venant consideran preliminarmente las aproximaciones anteriores, lo que limita la aplicabilidad del software, aspecto que debe ser conocido para el ingeniero usuario del modelo. Algunos modelos consideran simplificaciones adicionales como flujo estático, geometría regular, etc.

Para el caso de las ecuaciones de transporte de sedimento, las simplificaciones y supuestos han sido incorporados en la teoría desarrollada por cada autor y con la que se obtiene como resultado la relación de gasto sólido asociada. Si se desea calcular la evolución del fondo del cauce modelado, será necesario acomodar las expresiones de gasto sólido y ecuación de masa para el lecho de acuerdo a los mismos supuestos hidráulicos preliminares, como por ejemplo, el problema deberá tener la misma dimensión espacial que la adoptada en el problema hidrodinámico.

Una vez simplificadas las ecuaciones, se debe hacer la mayor aproximación del problema: discretizar las variables y transformar las ecuaciones diferenciales en otras que puedan ser resueltas de manera numérica.

### 3.2. Ejemplo de Algunos Modelos Numéricos 1D Hidrodinámicos del Mercado

Existen múltiples y variados software disponibles en el mercado que resuelven, de diferente forma, precisión y grado, distintos fenómenos, dependiendo de la necesidad enfrentada.

Uno de los más conocidos y usados es el Hec-Ras (Hydrologic Engineering Center, 2002), el cual utiliza un esquema de diferencias finitas implícitas principalmente sobre la ecuación de energía, de masa, y en algunos casos la ecuación de momentum. En Hec-Ras el problema de diferencias finitas se resuelve para la velocidad y la altura de escurrimiento en cada punto, a lo largo de la red de drenaje diseñada, de manera que sea capaz de encontrar singularidades como crisis y resaltos. Es un modelo muy aceptado para las soluciones hidráulicas, ya que simula tanto ríos como torrentes y regímenes mixtos, simulando resaltos y crisis.

Otro modelo unidimensional es el Mike 11, que debido a su estructura numérica logra integrar, junto con resolver el problema hidrodinámico, una serie de fenómenos como el transporte de sedimento, la evolución de fondo, la incorporación de contaminantes y su evolución, y otros más. Mike 11 resuelve la ecuación de onda dinámica y la ecuación de masa con un sistema de diferencias finitas implícitas desarrollado por Abbott & Ionescu (DHI Software, 2003), en dónde el principal supuesto restrictivo es que sólo simula correctamente regímenes de río.

Existen muchos otros modelos hidráulico fluviales en el mercado, con diferentes atributos, precios y requerimientos de hardware. Entre esos se pueden mencionar algunos como Defl3D (multidimensional, impermanente, hidrodinámico, transporte de sedimento y morfológico), FEQ (Full Equations, 1D, impermanente, estructuras de control), entre otros (Kalin & Hantush 2003).

Una de las limitaciones de la modelación numérica en Chile es precisamente la importante presencia de regímenes de torrente y mixto, ya sea para el cálculo de eje hidráulico como de sedimentos. Este hecho se ve intensificado debido a que los principales estudios en estas materias se desarrollan en regímenes subcríticos, que se presentan de manera recurrente en el resto del mundo, salvo en nuestro país.

En el desarrollo de este trabajo analizaremos con más detalle los supuestos y simplificaciones que se realizan en el modelo Mike 11, verificando las consecuencias positivas y negativas de ellas, y la representatividad de los resultados en diferentes casos.

## 4. ANÁLISIS DE MIKE 11

Mike 11 es un paquete profesional de software para la simulación de flujos, calidad del agua y transporte de sedimentos en estuarios, ríos, sistemas de irrigación, canales y otros cuerpos de agua. Es un modelo dinámico, unidimensional, para un diseño detallado, mantenimiento y operación de complejos sistemas de ríos y canales.

Su módulo Hidrodinámico (HD) es el núcleo de Mike 11, y la base para los demás módulos, resolviendo numéricamente las ecuaciones de Saint Venant y obteniendo, como solución, los caudales y alturas de escurrimiento en todo el sistema (DHI Software, 2003).

### 4.1. Esquema Numérico Hidrodinámico

El esquema de diferencias finitas implícitas de Abbott se entiende mejor si se observa la Figura 4.1. En esta figura se muestran los puntos de grilla  $h$  y  $Q$  alternadamente y los puntos de nodo que determinan las condiciones de aguas en los extremos de cada rama ( $H$ ). El espacio entre cada punto de grilla ( $Q$  o  $h$ ) puede ser variable, pero siempre los puntos  $Q$  se colocan en el punto medio entre cada punto  $h$  predefinido. Además, los puntos  $h$  y  $Q$  son tratados globalmente con la variable  $Z_j$ . i.e.  $Z_1 = h_1, Z_2 = Q_2, Z_3 = h_3$ , etc (DHI Software, 2003).

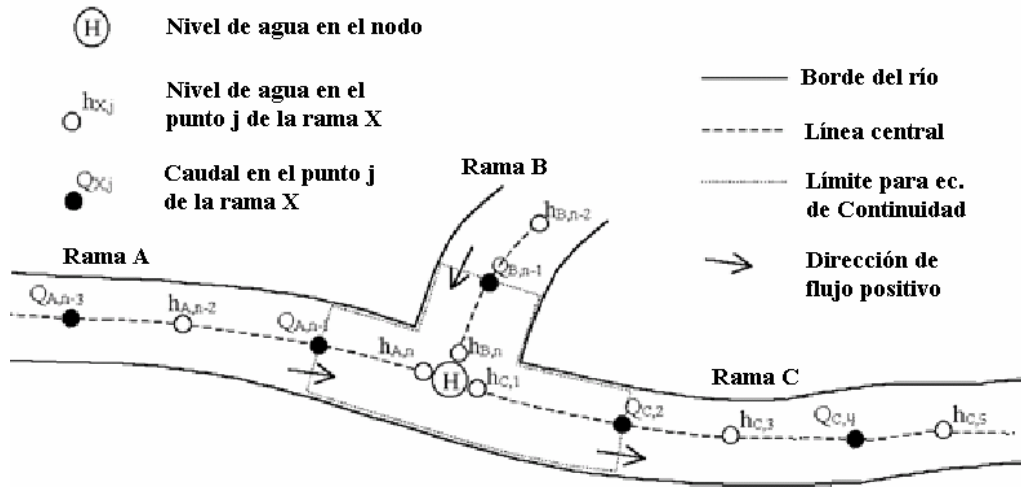


Figura 4.1 Representación del esquema numérico de Mike 11

Para aplicar este esquema, Mike 11 realiza las mismas aproximaciones de las ecuaciones Ec. 2.1 y Ec. 2.2 descritas en la sección 3.1. Con esto, y aplicando el esquema numérico de Abbott de la Figura 4.1, se obtiene como resultados las siguientes ecuaciones simplificadas:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} \approx \frac{(Q_{j+1}^{n+1} + Q_{j+1}^n) - (Q_{j-1}^{n+1} + Q_{j-1}^n)}{2(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} + b_s \cdot \frac{(h_j^{n+1} - h_j^n)}{\Delta t} = q \tag{Ec. 4.1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \text{fricción} \approx \frac{(Q_j^{n+1} - Q_j^n)}{\Delta t} + \frac{\left[ a \frac{Q^2}{A} \right]_{j+1}^{n+1/2} - \left[ a \frac{Q^2}{A} \right]_{j-1}^{n+1/2}}{(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} + gA \cdot \frac{(h_{j+1}^{n+1} + h_{j+1}^n) - (h_{j-1}^{n+1} + h_{j-1}^n)}{2(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} + \frac{g \cdot |Q_j^n| \cdot Q_j^{n+1} \cdot n^2}{AR^{4/3}} = 0 \tag{Ec. 4.2}$$

Donde  $Q_j^n$  es el caudal líquido en el punto de grilla  $j$  y paso de tiempo  $n$ ,  $A$  es el área de escurrimiento,  $q$  es el flujo lateral por unidad de largo,  $a$  es el coeficiente de Boussinesq,  $h_j^n$  es la elevación de la superficie del agua en el punto  $j$  y paso de tiempo  $n$ ,  $\Delta x_j$  es el espacio entre las secciones del punto  $j$  y el punto  $j-1$ ,  $\Delta t$  es el paso de tiempo,  $b_s$  es el ancho medio del flujo,  $g$  es la aceleración de gravedad constante y,  $R$  es el radio hidráulico de la sección de escurrimiento.

Dentro de una misma rama, la ecuación de momentum se resuelve sobre un punto  $Q$ , adoptando un volumen de control que considera los dos puntos  $h$  que rodean al caudal. La ecuación de masa, en cambio, se resuelve sobre un punto  $h$ , considerando un volumen análogo al anterior que incluye los dos puntos  $Q$  que rodean a la altura  $h$ .

El término de fricción se calcula mediante la formulación de Manning o Chezy, según se prefiera. Como el término  $[aQ^2/A]$  debe conocerse para el paso de tiempo  $n+1/2$  en los puntos de grilla  $j$  y  $j+1$ , es necesario realizar, por lo menos, una o dos iteraciones para conocer el paso de tiempo  $n+1$ . El esquema de solución permite una rápida convergencia del valor buscado y un control de las iteraciones.

En las ecuaciones anteriores los términos con el superíndice  $n$  son conocidos, luego, usando la nomenclatura  $Z_j^n$  para  $Q$  y  $h$ , las ecuaciones Ec. 4.1 y Ec. 4.2 se pueden escribir de la forma:

$$\mathbf{a}_j Z_{j-1}^{n+1} + \mathbf{b}_j Z_j^{n+1} + \mathbf{g}_j Z_{j+1}^{n+1} = \mathbf{d}_j \quad \text{Ec. 4.3}$$

En donde los coeficientes  $\mathbf{a}_j$ ,  $\mathbf{b}_j$ ,  $\mathbf{g}_j$  y  $\mathbf{d}_j$  están en función de los espaciamientos espaciales y temporal, de las propiedades geométricas y de las variables  $Z_{j-1}^n$ ,  $Z_j^n$  y  $Z_{j+1}^n$  ( $h$  y  $Q$  en el paso de tiempo anterior  $n$ ). Estos coeficientes son constantes para cada paso de tiempo  $n$ , permitiendo tener una ecuación lineal para las variables  $Z_{j-1}$ ,  $Z_j$  y  $Z_{j+1}$  en el instante  $n+1$ .

En una sola rama de  $p$  puntos de grilla, el conjunto de ecuaciones lineales del tipo de la Ec. 4.3 constituye un sistema lineal de la forma  $A \cdot X = D$ . Las condiciones de borde son del tipo:  $H_{CB} - h_k^{n+1} = 0$ , con  $k=1$  ó  $p$ , y constituyen la primera y última ecuaciones del sistema, de este modo el sistema lineal tiene  $p$  ecuaciones y  $p+2$  incógnitas, donde los dos grados de libertad usados para la resolución del sistema son  $H_{CB1}$  y  $H_{CBp}$ . Además, la matriz  $A$  es de ancho de banda tres, luego, cada variable  $Z_j^n$  se puede representar de la forma:

$$Z_j^{n+1} = c_j - a_j H_{us}^{n+1} - b_j H_{ds}^{n+1} \quad \text{Ec. 4.4}$$

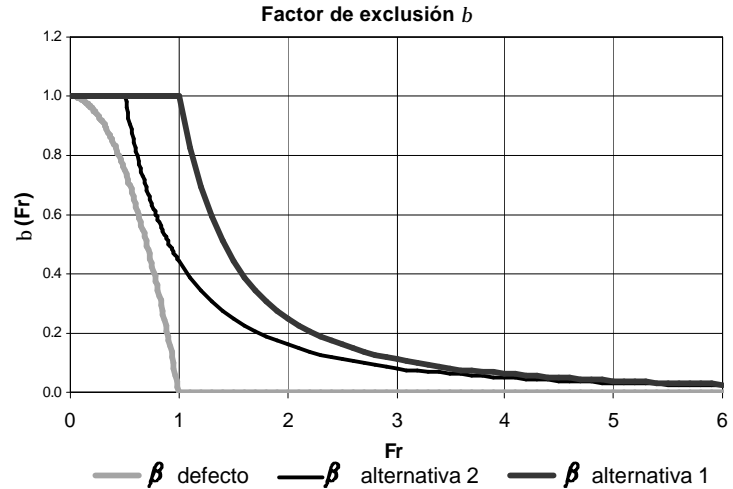
Donde los parámetros  $a_j$ ,  $b_j$  y  $c_j$  están en función de los coeficientes  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{g}$  y  $\mathbf{d}$  de la matriz  $A$  definida en el párrafo anterior. A partir de la Ec. 4.4 queda evidente que el esquema de solución obliga a que todo punto de la grilla sean influenciado por la condición de borde de aguas arriba y la de aguas abajo, es decir, los flujos supercríticos no quedan bien representados.

Nótese que luego de simplificar las ecuaciones generales de momentum y masa (Ec. 2.1 y Ec. 2.2), el hecho de aplicar el esquema numérico añade una nueva aproximación al problema original, incorporando nuevos supuestos y transformando las derivadas en diferencias discretas.



### 4.2. Flujo Supercrítico

El esquema de solución de Mike 11 no calcula verdaderamente el flujo supercrítico, pero se habilitan compensaciones para ello. El algoritmo numérico adoptado por Mike 11 está basado en una grilla computacional que no se puede acomodar a dos condiciones de borde en un mismo extremo o a una solución de borde singular. Mike 11, para poder evitar esta situación, se modifica la ecuación de momentum agregando una función de exclusión del término de momento convectivo (DHI, 2003).



**Figura 4.2**  
Representación de la función *b*

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \mathbf{b} \frac{\partial \left( \mathbf{a} \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \text{fricción} = 0 \tag{Ec. 4.5}$$

Donde **b** es una función que varía entre 1 y 0 con el aumento del Froude, y permite eliminar el término de aceleración convectiva a medida que el flujo aumenta de velocidad. La función **b**, denominada factor de exclusión, puede ser definida de varias formas. La Figura 4.2 muestra algunas de sus principales y más usadas representaciones. La Ec. 4.6 muestra la función **b** definida por defecto:

$$\mathbf{b} = \begin{cases} 1 - Fr^2 & \text{para } Fr \leq 1 \\ 0 & \text{para } Fr > 1 \end{cases} \tag{Ec. 4.6}$$

### 4.3. Análisis de la Función *b*

Para analizar la importancia de esta función **b** consideremos régimen permanente ( $\partial Q/\partial t = 0$ ) y canal rectangular. Bajo estas condiciones y reordenando se tiene que la Ec. 4.5 queda:

$$\mathbf{b} \frac{d}{dx} \left( \mathbf{a} \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{d}{dx} (z + H) + J = 0 \tag{Ec. 4.7}$$

Donde **b** es la función de exclusión dependiente del Froude, *v* es la velocidad media del flujo, *z* es la cota de fondo, *H* es la altura de escurrimiento, *J* es la pérdida por fricción y, **a** es el coeficiente de Boussinesq.

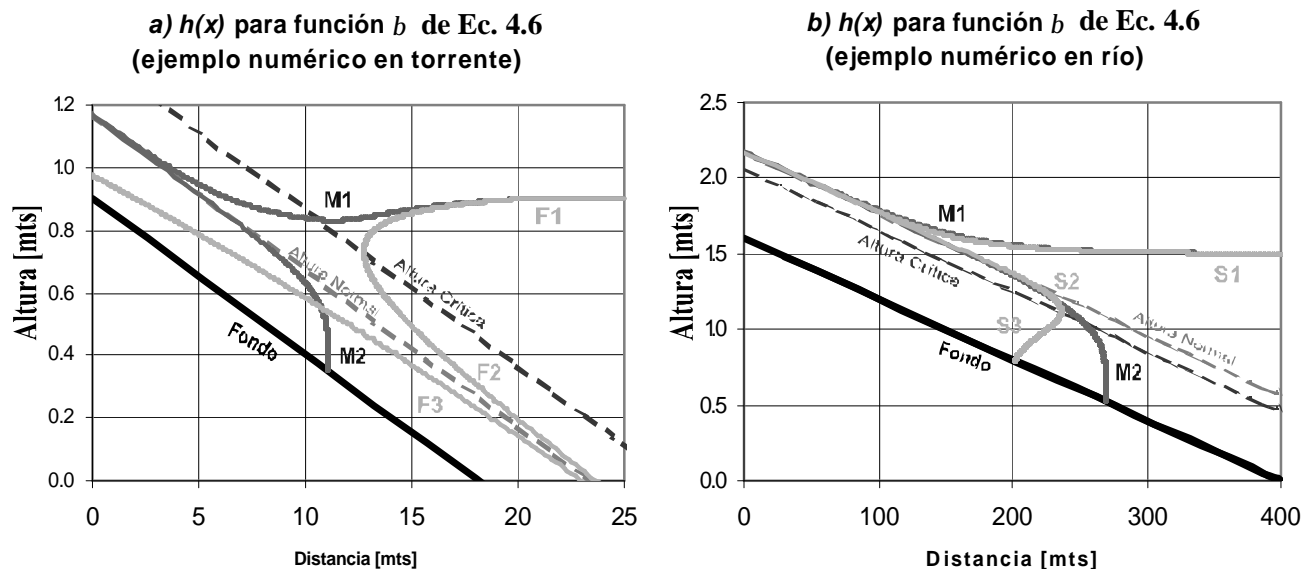
Para canal prismático se puede demostrar que

$$\frac{dH}{dx} = \frac{i - J}{(1 - b \cdot Fr^2)} \quad \text{Ec. 4.8}$$

Donde  $Fr$  es el número de Froude e,  $i$  es la pendiente de fondo.

La Figura 4.3 muestra la solución numérica de la Ec. 4.8 usando la ecuación  $b$  definida por defecto para un canal rectangular y pendiente constante. Denominamos  $M1$  y  $M2$ , respectivamente, a las dos curvas solución para dicha ecuación. Los ejes restantes corresponden a los perfiles clásicos de los posibles ejes hidráulicos (para pendiente fuerte: F1, F2 y F3, y para pendiente suave: S1, S2 y S3). En esta figura se observa que tanto para pendiente fuerte como suave los ejes  $M1$  y  $M2$  se acomodan muy bien a las soluciones clásicas siempre y cuando se esté en una situación subcrítica, de otro modo los resultados hidrodinámicos son totalmente arbitrarios y no representa en absoluto la realidad.

Estas primeras conclusiones afectarán de forma determinante en los otros fenómenos que se quieran modelar, como el transporte de sedimento y la evolución de fondo. Debido a la limitaciones de Mike 11 en el módulo hidrodinámico se deberá restringir su aplicación a regímenes de río, y los resultados en torrente o mixto deberán ser usados con extrema cautela debido a la lejanía que tienen con la realidad.



**Figura 4.3**  
**Solución de la Ec. 4.8 para canal rectangular y pendiente constante.**  
**a) Pendiente fuerte, b) Pendiente suave.**

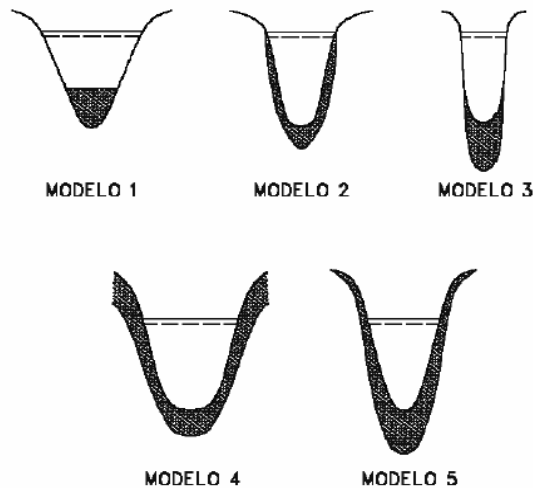
#### 4.4. Gasto Sólido y Evolución de Fondo

Al margen de la incertidumbre que ofrecen las distintas relaciones de gasto sólido que se conocen, Mike 11 incorpora otros supuestos simplificadores que tienen que ver con otras variables que deben ser evaluadas para obtener una solución, como son el esfuerzo de corte

crítico, la descomposición del esfuerzo de corte de fondo, y la simplificación, implementación, y resolución de la ecuación de masa para el lecho (conocida como ecuación de Exner).

Para el esfuerzo de corte crítico se dispone de varias opciones de cálculo que van desde un valor constante a un esfuerzo de corte según el modelo de Iwagaki (DHI, 2003) que define, a través de tramos lineales, una función para el esfuerzo de corte crítico similar a la curva de Shield.

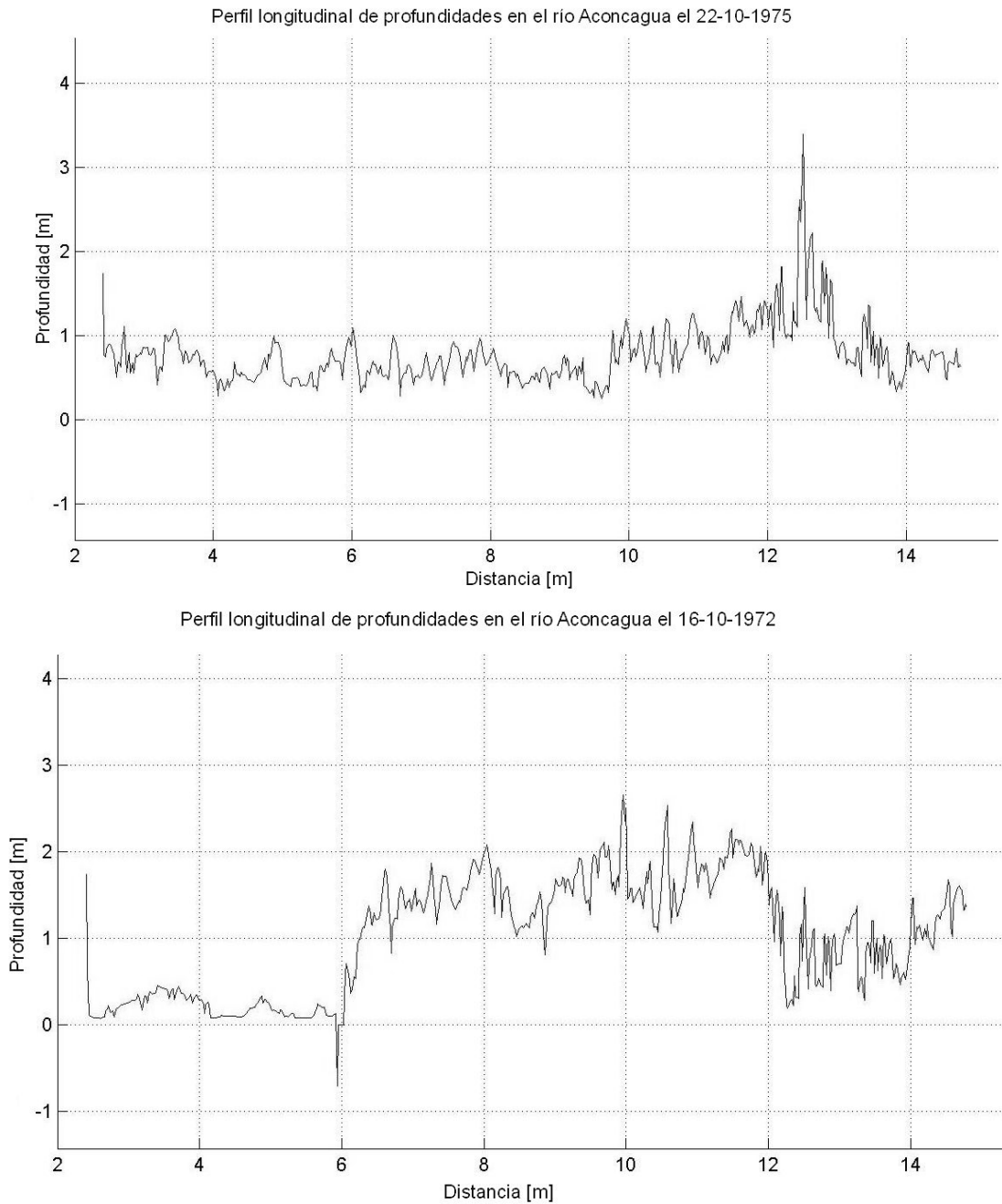
Por otro lado, la descomposición del esfuerzo de corte de fondo en dos componentes, una asociada a la forma de fondo y otra asociada al grano, se basa en el modelo de Engelund & Fredsøe (1985). Este modelo fue desarrollado principalmente para granos finos y arenas. Mike 11 simplifica la relación para el cálculo de la descomposición de esfuerzos reemplazando la relación para antiduna por la de lecho plano y eliminando la región de doble definición de los esfuerzos. Por otro lado, Mike 11 permite que este método pueda ser usado para cualquier tamaño de grano, lo cual no es válido desde el punto de vista teórico.



**Figura 4.4 Modelos de distribución transversal del sedimento**

Cabe indicar que, como Mike 11 supone un flujo unidimensional, en la ecuación de Exner se deben incorporar supuestos adicionales orientados a definir la distribución transversal de las erosiones y depositaciones, de manera de caracterizar la evolución del fondo sólo a través de la variación de una dimensión transversalmente, al igual que el esquema hidrodinámico. En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestran la representación de los diferentes modelos de distribución transversal disponibles en Mike 11 para la simulación del fondo dinámico.

## 5. EJEMPLOS DE ALGUNAS APLICACIONES DE MIKE 11

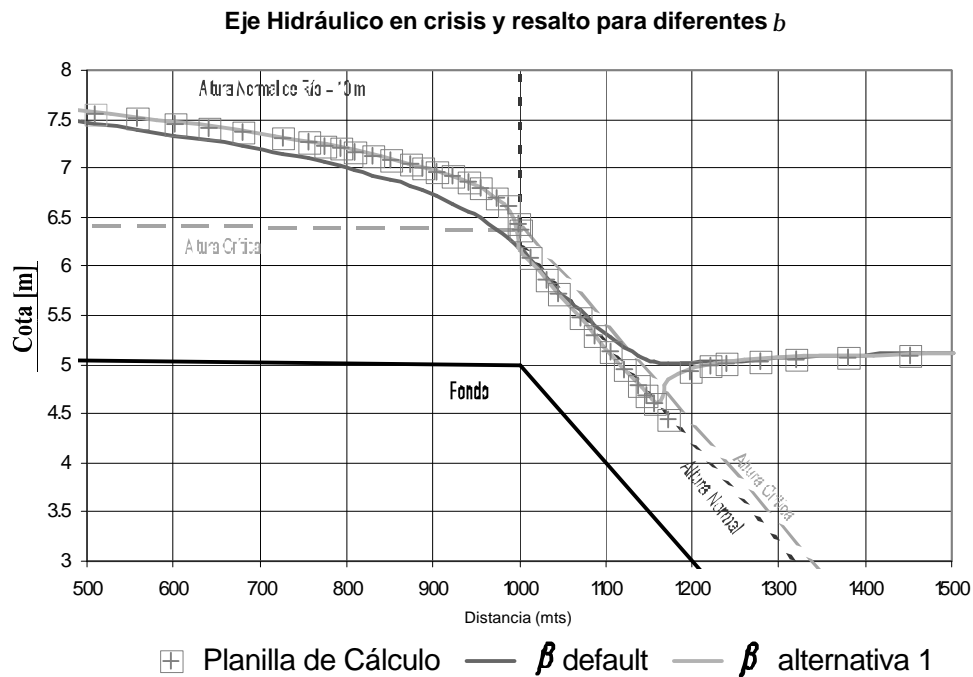


**Figura 5.1 Perfil Longitudinal de Profundidades en tramo del Río Aconcagua**

A modo de ejemplo de la aplicación de Mike 11, se utilizó el software para determinar el eje hidráulico en un tramo de aproximadamente 120 kms del río Aconcagua con una serie histórica de caudales desde 1968 al 1980, aproximadamente, incluyendo los aportes laterales, afluentes y efluentes. En la Figura 5.1 se muestran dos perfiles de profundidades para dos instantes de dicha simulación. La figura superior se observa un perfil muy irregular que responde a las diferentes

geometrías de las secciones y pendientes del tramo a lo largo del río, pero con soluciones de acuerdo a lo físicamente esperado. En la figura inferior la situación es similar, pero se observa un valor negativo de la profundidad, lo cual no es correcto.

En la Figura 5.2 se puede apreciar el efecto de  $b$  en los ejes hidráulicos generados en un cambio de pendiente fuerte a suave con una condición de borde de aguas abajo de río. La solución correcta determinada con la Ec. 4.8 con  $b = 1$  corresponde a la indicada con el signo (+).



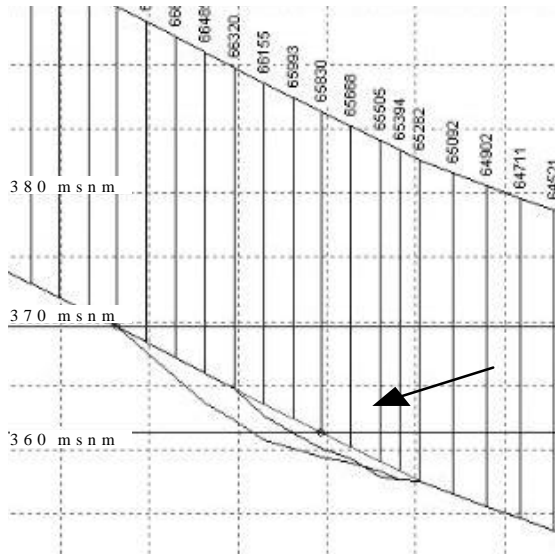
**Figura 5.2**  
Eje hidráulico en cambio de pendiente suave-fuerte para distintas funciones  $b$

En la Figura 5.3 se muestra otra aplicación en donde se simuló la evolución del lecho del río Aconcagua sometido a extracciones de áridos, usando series históricas de caudales y la relación de gasto sólido de Ackers & White con un diámetro medio. En esta figura se muestra el perfil del lecho después de 5 años de extracciones de áridos en el punto demarcado de aguas abajo (indicado con la flecha). En el lecho se presentan tres perfiles, el superior corresponde a la situación original o inicial. El perfil intermedio corresponde al volumen extraído en el período sin considerar el efecto del flujo. El tercer perfil corresponde al simulado por Mike 11 de acuerdo a la ecuación de Ackers & White para un diámetro medio, cuando se realiza la extracción.

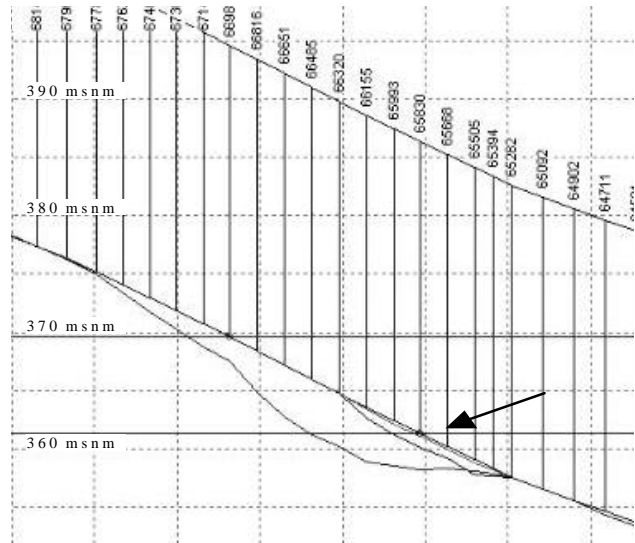
Considerando que la extracción cesó a los cinco años, se estudió la recuperación del lecho después de 10 años de flujo histórico de caudales, resultando la situación de la Figura 5.4.

Otra aplicación estudiada con Mike 11 corresponde al llenado de un embalse con características típicas de la zona central de Chile. Esta aplicación se realizó con un caudal constante y una condición de borde de altura de aguas abajo. El gasto sólido se calculó con Meyer-Peter & Müller y un diámetro medio de sedimento. La Figura 5.5 y la Figura 5.6 muestran dos resultados de la sedimentación completamente distintos para las mismas solicitaciones hidráulicas. La Figura 5.5

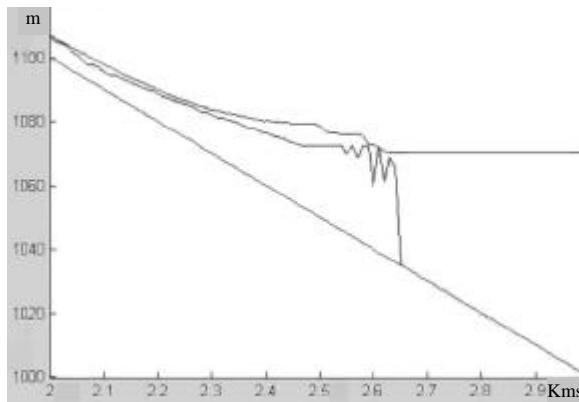
presenta una inestabilidad que lleva a resultados irreales en la práctica. La diferencia entre las dos simulaciones lo constituyen una representación más detallada de las curvas características de la geometría del cauce, y la opción de definición del gasto sólido de entrada que provee el Mike 11, Esto último tiene un efecto limitado al tramo de aguas arriba.



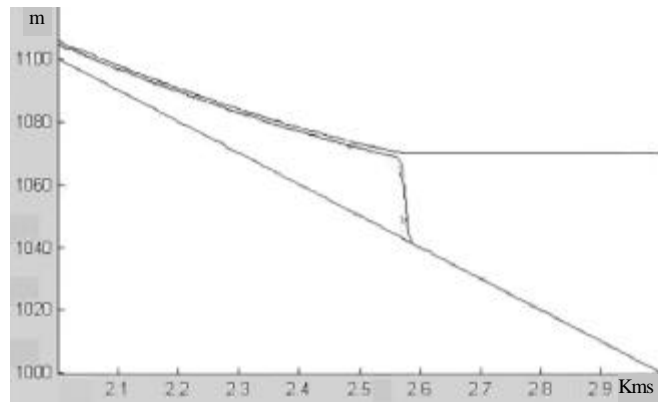
**Figura 5.3**  
Simulación de evolución de fondo en el Río Aconcagua con una extracción de áridos.



**Figura 5.4**  
Simulación de evolución de fondo en el Río Aconcagua después de la extracción de áridos.



**Figura 5.5**  
Simulación del avance de un delta de sedimentos en un embalse. Irreal.



**Figura 5.6**  
Simulación del avance de un delta de sedimentos en un embalse.

## 6. DISCUSIÓN

Al observar los ejemplos de la sección anterior es posible verificar varios aspectos de interés para este trabajo.

La Figura 5.1 corresponde a una inmensa simulación de 120 kilómetros del río Aconcagua, que tiene régimen mixto, pero principalmente de río a partir del segundo tercio. La presencia de inestabilidades pueden poner en duda la veracidad de los resultados, puesto que estos valores se propagarán a lo largo del cauce por el tiempo necesario antes de que se disipe totalmente la influencia. Esta presencia se debe a la inestabilidad que ocurre de rastrear pequeños pulsos o variaciones numéricas desde muy aguas arriba hasta aguas abajo, a sectores de gran ancho y por lo tanto de muy bajas profundidades. Esta onda de rastreo al llegar al los sectores muy bajos “golpea” contra el suelo secando el lecho y produciendo la inestabilidad ilustrada. La solución es, básicamente, modelar tramos más cortos y/o segmentar la aplicación en varios tramos. También se puede reducir el valor del paso de tiempo para una representación más continua de la onda.

La Figura 5.2 muestra una situación permanente de cambio de pendiente en un canal rectangular. Las soluciones para el eje hidráulico de Mike 11 pueden variar ampliamente si se elige una función **b** u otra. Será necesario tener una idea aproximada a priori del resultado esperado. Sin embargo, no hay que olvidar que Mike 11 realmente no calcula regímenes de torrente o mixtos, sino que los simula mediante la función de exclusión, por lo que la validez de sus resultados depende de la aplicación que se le dé a ellos. También será importante la escala espacial que se esté usando, pues a medida que se aumente el espaciamiento, la representación de fenómenos como una crisis o un resalto dependerá mayoritariamente de la grilla y no de la función **b**.

La Figura 5.3 muestra la evolución del fondo del río Aconcagua sometido a una extracción de áridos. La dinámica del fenómeno erosivo quedó bien representada, evidenciándose la erosión desplazada paulatinamente hacia aguas arriba, sin embargo la validez de la modelación se juzga en cuanto a la relación de gasto sólido, que define la profundidad y rapidez del evento. Además, el modelo de depositación trasversal también es determinante (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Desde el punto de vista cualitativo el fenómeno de erosión por extracciones de áridos queda bien representado, pero no es posible afirmar nada respecto de la magnitud de las variables participantes. La Figura 5.4 corresponde a la simulación inmediatamente después de la anterior, cuando se han detenido las extracciones y ya se ha producido una erosión local, y en donde se busca representar la dinámica de recuperación del lecho de las faenas de extracción, arrojando el Mike 11 un aumento de la socavación lo que es contrario a lo físicamente esperado y fue verificado con otros modelos con consideraciones de cálculo diferentes. Por otro lado, cabe señalar que el fenómeno de erosión producido por extracciones de áridos es localmente bidimensional.

La Figura 5.5 muestra la representación de un embalse alimentado constantemente por los sedimentos presente en las aguas aportantes. Como se muestra en esta figura, la simulación resultó inestable. La solución a este problema radica en definir una mejor resolución espacial y/o mejorar la resolución de las curvas representativas de los parámetros geométricos de las secciones transversales. Además es de importante influencia el modelo de depositación trasversal que se utilice (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

En la Figura 5.6 se muestra una simulación más estable y con una representación del fenómeno estudiado que resulta físicamente esperada y coherente. Sin embargo, la velocidad de avance del delta de sedimento depende exclusivamente de la relación de gasto sólido que se utilice. Al respecto, este resultado sólo sirve para analizar cualitativamente la dinámica del fenómeno y no para cuantificar el tiempo de llenado del embalse con sedimento.

En otra simulación del ejemplo de la Figura 5.3 y Figura 5.4, la evolución de fondo total después de alrededor de 18 años (desde 1966 hasta 1984) fue nula. En este caso el gasto sólido se calculó según Ackers & White, pero a pesar de que el transporte de sedimento no es nulo, la evolución vertical del lecho si lo fue. Este hecho, que no es una solución esperada, se debe a que, en la resolución numérica, si la variación vertical de  $z$  es menor que  $10^{-6}$  m en cada paso de tiempo, ésta se torna nula. El paso de tiempo en el ejemplo en cuestión fue del orden de un minuto y en un año se esperaba un descenso del orden de 50 cm. Esta limitación, no era evidente para los ingenieros del DHI especializados en Mike 11, y fue reconocida por ellos gracias a este trabajo. En la búsqueda de mayor estabilidad numérica pequeños valores del paso de tiempo resultan beneficiosos, pero debido a esta limitante es necesario buscar estabilidad en otras variables y conservar  $Dt$  más grandes para poder representar el fondo de manera adecuada.

## 7. CONCLUSIONES

A partir de las experiencias anteriores y los análisis de los supuestos y ecuaciones usadas en Mike 11, es posible afirmar que este software ofrece una amplia gama de posibilidades en la representación de fenómenos hidrofluviales. Es posible manejar una gran cantidad de variables que permiten seleccionar y definir los supuestos y simplificaciones que se desean usar. Este hecho obliga al usuario a ser un acabado conocedor de los fenómenos estudiados y de las ecuaciones, las variables y las condiciones que definen una caracterización adecuada de las condiciones reales. Destacan el hecho que el concepto de “resultado físicamente esperado” es determinante para que el usuario pueda discriminar entre una solución u otra siendo, entonces, de gran importancia que el usuario sea un profesional hidráulico capacitado, que sepa manejar y adecuar las ecuaciones a su criterio, sin que sea el software el que lo haga.

Como en el ejemplo del embalse, para dos solicitaciones idénticas de un mismo problema, los resultados fueron radicalmente diferentes dependiendo sólo del grado de detalle de las curvas geométricas y de la opción de gasto sólido aportante. Ante una situación como ésta se debe conocer muy bien el fenómeno estudiado de manera de analizar adecuadamente los resultados y tomar decisiones criteriosas y orientadas a la realidad. Además, aún cuando se dispone de innumerables herramientas de construcción y modelación, en Mike 11 no es posible representar la totalidad de los casos naturales, a pesar de que éstos se puedan ingresar al modelo de manera detallada.

Sin embargo, la aplicabilidad de un modelo numérico dependerá también del uso u objetivo de los resultados, pues si los supuestos simplificadores no son importantes en comparación a la trascendencia de dicho objetivo, entonces, el modelo nos podrá ofrecer una buena idea de lo que se está estudiando. Por otro lado, la única forma de estar seguro de que las simulaciones son representativas de la realidad es poder validar los modelos numéricos con datos reales de los



fenómenos estudiados. Se hace urgente, entonces, disponer de una base de datos confiable y variada para poder apoyar y calibrar a poderosos y ciertamente potencialmente útiles modelos numéricos como el Mike 11.

Cabe hacer notar que la US Federal Emergency Management Agency (FEMA) incluye a Mike 11 en su lista de modelos hidráulicos aceptados para ser usados en el Programa de Seguridad Nacional contra Inundaciones (NFIP), respaldando su potencial y credibilidad. Al ser usado de manera responsable y profesional, dentro de sus aplicaciones factibles, permite obtener resultados útiles y veraces.

En general, las conclusiones anteriores son aplicables a cualquier modelo numérico, ya sea físico, empírico o semi-empírico. Todos demandan ser usados con responsabilidad y profesionalismo. Requieren que se conozcan todos sus supuestos y limitaciones que definen la aplicabilidad de uso. Y por sobre todo, junto con precisar de una bases de datos importantes que permita calibrarlos y validarlos en terreno, necesitan de un usuario capacitado que sea capaz de discriminar entre los resultados que son físicamente posibles y aquellos que no los son.

## REFERENCIAS

DHI Software (2003, diciembre). “Mike 11 Software”, “Mike 11 User Guide” y “Mike 11 Reference Manual”. DHI Water & Environment.

FREDSOE, J. & ENGELUND, F. (1985, Junio 22 a Agosto 9). *Transporte de Sedimentos en Ríos*, Intitute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering. Curso Latinoamericano de Mecánica Fluvial. Tema: “Mecánica de dunas de arena”. Institute of Hydrodynamics and Hydraulics Engineering (ISVA). Technical University of DENMARK. Buenos Aires. Argentina.

HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER (Noviembre 2002), HEC-RAS, River Analysis System User’s Manual, US Army Corp Engineers, USA.

KALIN, L. y HANTUSH, M. (2003). Evaluation of Sediment Transport Models and Comparative Applications of Two Watershed Models. Cincinnati, Ohio.

MERY, H. (1972). *Mecánica de Fluidos I*, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Obras Civiles, Santiago, Chile.

QUIROZ, A. (2001). “Metodología para el análisis de extracción de áridos en cauces naturales chilenos. Aplicación al río Aconcagua”, memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile.

